Sociedad Extremeña de
Educación Matemática
Ventura Reyes Prósper

OLIMPIADA MATEMÁTICA XXIII. FASE COMARCAL 26 DE ABRIL DE 2014
SOLUCIONES Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

–**Cada problema se calificará de 0 a 10.**
–**Se admite cualquier razonamiento que permita obtener las soluciones.**

DADO MISTERIOSO

A cada cara de un dado con forma de cubo se le ha asignado un número natural de tal forma que el producto de los números de dos caras opuestas cualesquiera da el mismo resultado y se ha comprobado que la suma de todos los números asignados es **88**.

En la figura aparecen los tres números asignados a las tres caras visibles **3**, **12** y **15**. Realizar las siguientes cuestiones justificando las respuestas:

● **(1 punto)** ¿Podría ser uno de los números ocultos el **30**? **Solución: No puede ser**

Justificación:

Si el opuesto a **30** fuese:

● **El 3,** entonces 3·30=12·x => x =90/12 =15/2 , que **no es natural**.
● **El 12**, entonces 12·30=3·x =>x=360/3=120, y sumarían más de 88.
● **El 15**, entonces 15·30=3·x =>x=450/3=150, y sumarían más de 88.

● **(6 puntos)** Busca los tres números que no están visibles. **Solución: 40, 10 y 8**.

Justificación:

Si llamamos "x" al opuesto del 3, "y" al del 12 y "z" al del 15, y "N" al producto de dos caras opuestas, tenemos:

N=3x N=12y N=15z, por tanto N es un número múltiplo de 3, 4 y 5 por tanto los posibles valores de N serían 60, 120, 180 , …

Si consideramos N=60 => x=60/3=20, y=60/12=5, z=60/15=4, cuya suma es 3+12+15+20+5+4=59 (no válido al no sumar 88).

Si consideramos 120, serían el doble => x=40, y=10, z=8, cuya suma es 3+12+15+40+10+8=88 (solución válida al ser igual a 88).

Si consideremos un número mayor de 120 la suma superaría a 88 y por tanto no serían soluciones válidas.

● **(3 puntos)** Dibuja el desarrollo en el plano del cubo y coloca los seis números en él.

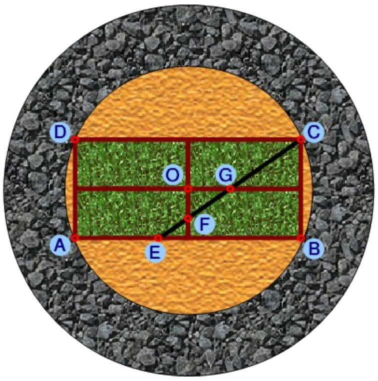
Este apartado solo se valorará si ha obtenido todos los números ocultos y son los correctos.

Si realiza el desarrollo correctamente, pero no coloca bien los números en las caras se puntuará con 1 punto.

Una posible solución es:

	12		
8	3	15	40
	10		

GLORIETA



La parte central de una glorieta está formada por una zona rellena de grava y con forma de corona circular cuyo diámetro mayor mide **25 m** y el menor un **20%** menos. En su interior hay una zona ajardinada de forma rectangular tal y como se observa en la figura y cuyo lado mayor mide **4 m** menos que su diagonal.
El rectángulo interior está a su vez dividido en cuatro rectángulos iguales y en ellos están situados los puntos **E**, **F**, **G** y **C** que están alineados y la distancia entre el punto **A** y **E** es de **6 m**.

(1 punto) ¿Cuánto mide el radio menor de la corona circular? **Solución, 10 m:** el 20% de 25 es 20·25/100=5m, por tanto el diámetro menor es 25-5 = **20 m y el radio 20/2 = 10 m.**

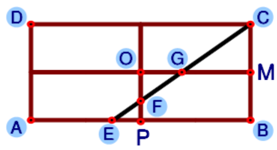
(3 puntos) ¿Cuánto mide el lado menor de la zona ajardinada? **Solución: 12 m:**

Justificación:

(1 punto si calcula cuánto mide el lado mayor) La diagonal del rectángulo es igual al diámetro menor de la corona, por tanto 20 m, luego el lado mayor del rectángulo medirá 20 - 4 = **16 m.**

(2 puntos) Aplicando el teorema de Pitágoras: (lado menor) $^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144$, por tanto extrayendo la raíz cuadrada tenemos que el **lado menor mide 12 m.**

Los siguientes apartados se pueden realizar de múltiples formas: a) construyendo el rectángulo de vértices los puntos E, B, C y el obtenido de la intersección de la perpendicular por el punto E al lado AB y el segmento DC. b) aplicando el teorema de **Thales** y c) aplicando el teorema de **Pitágoras**.
La solución que damos a estos apartados es mediante el teorema de **Thales**, para lo cual introducimos dos puntos **M** y **P** en el rectángulo ajardinado.



(3 puntos) Halla la distancia del centro de la zona ajardinada (punto **O**) al punto **G. Solución: 3 m.**
Sabemos que **OM** mide la mitad del lado mayor 16/2 **= 8 m**. Calculamos lo que mide **GM** teniendo en cuenta que los triángulos de vértices EBC y GMC son equivalentes y que **EB** mide 16-6=**10 m.**
Aplicando el teorema de Thales tenemos: GM/CM = EB/CB => GM/6=10/12 => GM = 5 m, por tanto OG = 8 - 5 = 3 m.

(3 puntos) Halla la distancia del centro de la zona ajardinada (punto **O**) al punto **F**. **Solución: 3,6 m.**
Los triángulos de vértices OFG y GMC son semejantes.
Aplicando el teorema de Thales tenemos: OF/OG = CM/GM => OF/3=6/5 => OF = 18/5=3,6 m.

PASAPALABRA

Completa la siguiente tabla:

Se puntuará cada palabra correcta con la puntuación marcada en la última columna.

Empieza por	Definición	Respuesta	Puntuación
M	Recta que une, en un triángulo, el punto medio de un lado con el vértice opuesto.	MEDIANA	**1**
O	Lo es **–x** de **x**.	OPUESTO	**1**
R	Símbolo que se utiliza en matemáticas para indicar la raíz.	RADICAL	**2**
A	Calculadora antigua inventada en China.	ÁBACO	**1**
L	Unidad de volumen equivalente a **1** $\mathbf{dm^3}$.	LITRO	**1**
E	Igualdad entre dos expresiones algebraicas.	ECUACIÓN	**1**
J	Prioridad de las operaciones.	JERARQUÍA	**1**
A	Primera coordenada de un punto en el plano.	ABSCISA	**2**

EL ROLLO DE MORALEJA

El **Rollo** es un símbolo de la jurisdicción que alcanzó **Moraleja** en **1603** y que le permitía ejercer justicia y un hito claro de demarcación del territorio. El de **Moraleja** delimita un número de caminos que es solución de la ecuación siguiente:

$$\frac{x+3}{2}-\frac{x-2}{3}=\frac{x-5}{2}+3$$

Resuelve la ecuación e indica el número de caminos.

Solución: El número de caminos es 5.

–(2 puntos) Quita correctamente los denominadores: **3(x+3) - 2(x-2)=3(x-5) + 18**
–(2 puntos) Quita correctamente los paréntesis: **3x+9 – 2x + 4 = 3x – 15 + 18**
–(2 puntos) Deja en un solo miembro las incógnitas y simplifica: **3x – 2x – 3x = -15 + 18 – 9 – 4 => -2x=-10**
–(2 puntos) Despeja la incógnita y la calcula: 2x = 10 => x=10/2=5, **x=5**.
–**(1 punto) Indica la solución de forma correcta: El número de caninos es 5.**