



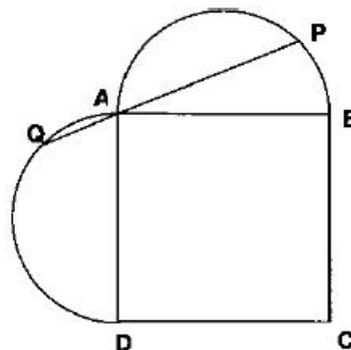
PROBLEMAS XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA TORREJONCILLO

FASE AUTONÓMICA

Autores: Miguel Antonio Esteban y Antonio Molano Romero.

1. CUADRADO SEMIRRODEADO

En la figura aparecen un cuadrado y dos semicircunferencias. El punto A divide al segmento PQ en dos partes de longitudes 5 y 12 cm. Se pide: a) Demostrar que los triángulos de vértices APB y AQD son iguales. b) Hallar el perímetro y el área de uno de ellos. c) Hallar el área de la figura completa. d) Hallar la longitud de la diagonal del cuadrado.



2. LA CIFRA DE LA DECENA ES PECULIAR

Se consideran los números de tres cifras tales que la de las decenas es media aritmética de las otras dos, como por ejemplo 432.

Se pide:

Indicar cuál de ellos es el menor y cuál el mayor.

b) Escribir todos los que tengan como suma de sus cifras 15.

c) Demostrar que todos los números a los que se refiere el enunciado son múltiplos de 3.

3. PÁGINAS Y HOJAS DE UN LIBRO

Un libro tiene 95 hojas y sus páginas están numeradas desde la 1 hasta la 190. Se eligen 11 hojas cualesquiera y se suman los números de sus páginas.

Explica si es posible que la suma obtenida tome los siguientes valores:

a) 3 979. b) 3 185. c) 3 058. d) 221.

4. NÚMEROS ESPECIALES

Consideramos todos los números naturales de la forma $2^x \cdot 3^y$, con x e y mayores o iguales que cero.

Se pide:

a) Escribir todos los que sean menores que 50.

b) Escribir los que sean cuadrados perfectos menores que 100.

c) Encontrar todos los que tengan exactamente 6 divisores.

d) Razonar que si se eligen cinco números cualesquiera de ellos, siempre hay dos cuyo producto es un cuadrado perfecto.