

XVIII Olimpiada Matemática. Extremadura 2.009

Fase Autonómica - Mérida

Autores: Miguel Antonio Esteban y Antonio Molano Romero.

TERMINACIONES DE POTENCIAS

Examina las sucesivas potencias de 2 de exponente natural. ¿Cuál puede ser la última cifra de una potencia de dos?

Escribe el número: $2^{2009} - 2^{2008}$ utilizando una única potencia de dos y deduce de forma razonada en que cifra termina

Justifica que si escribes tres números consecutivos cualesquiera, uno de ellos siempre es múltiplo de dos y otro lo es de tres.

Justifica que para todo número natural n , el número $n^3 - n$ es múltiplo de seis.

CUMPLEAÑOS FELIZ

En un instituto con 730 alumnos y en un año no bisiesto (como 2009), explica:

Si es posible que haya tres alumnos que cumplan años el mismo día.

Si es posible que haya cinco alumnos que cumplan años el mismo día.

Si podemos asegurar sin temor a equivocarnos que hay dos que cumplan años el mismo día.

Si podemos asegurar sin temor a equivocarnos que hay tres que cumplan años el mismo día.

Cuál es el mínimo número de alumnos que debe tener el centro para que con seguridad dos cumplan años el mismo día.

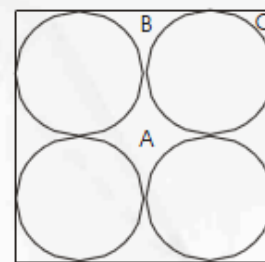
MÚLTIPLOS

a) Explica si existen números de tres cifras que sean múltiplos de todos los números naturales desde el 1 al 9, ambos inclusive. En caso afirmativo indica cuales son.

b) Igual que en el caso anterior, estudia si los hay de cuatro cifras y calcula cuales son.

CÍRCULOS EN CUADRADOS

El cuadrado de la figura tiene 4 cm de lado y en su interior hay cuatro circunferencias iguales, cada una tangente a dos lados del cuadrado y tangente a otras dos.



Hallar los perímetros y las áreas de las figuras designadas con A, B y C.