

## XXV OLIMPIADA MATEMÁTICA. EXTREMADURA 2016

### FASE AUTONÓMICA.

#### PROBLEMA 1

##### EL PIN DE UN MÓVIL

A una persona le han prestado un teléfono móvil pero ha olvidado el PIN (número de cuatro cifras), a pesar de que le dijeron que era un capicúa divisible por 49. El teléfono se bloquea si hace más de dos intentos fallidos.

- Justifica que cualquier capicúa de cuatro cifras es divisible por 11.
- Estudia de forma razonada si puede o no utilizar el móvil.

#### PROBLEMA 2

##### DOS DE CIFRAS EN UNO

###### Vamos con el primero:

Hay números de tres cifras que tienen la siguiente propiedad: si se le quita la primera cifra o la última, en ambos casos, queda un número de dos cifras que es un cuadrado perfecto, por ejemplo el 364, si se quita el 3, queda 64 y si se quita el 4 queda 36, ambos son cuadrados perfectos.

Se pide:

Justifica de forma razonada si existe algún número de tres cifras que sea de la forma A25 o 25B y que cumpla la propiedad anterior.

Calcula todos los números de tres cifras que cumplen dicha propiedad.

###### Y ahora con el segundo:

Halla la suma de las cifras del resultado de cada una de las siguientes operaciones:

a)  $10^{50} - 25$

b)  $5^{2016} \times 2^{2012}$

### PROBLEMA 3

#### CARRERAS DE VELOCIDAD

En una carrera de 100 m lisos, Carlos debe dar 4 m de ventaja a Julio para que lleguen juntos a la meta. Es decir que Julio sólo recorre 96 m. En una carrera de 400 m lisos, Julio debe dar 20 m de ventaja a Edu para que lleguen juntos a la meta. Es decir que Edu sólo recorre 380 m.

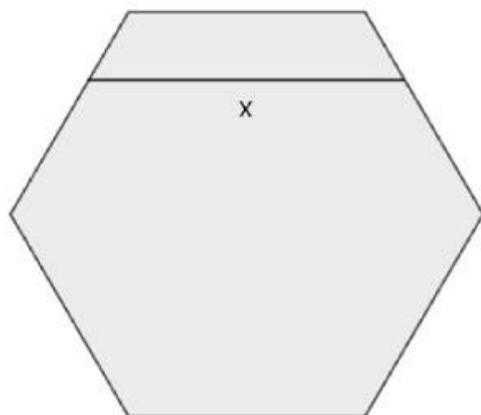
- a) ¿Cuál de los tres atletas es el más rápido?
- b) Si la carrera fuera de 1000 m calcula cuánta ventaja debería dar Carlos a Edu para que llegaran juntos a la meta.

Nota: Se considera que cada atleta corre a velocidad constante.

### PROBLEMA 4

#### HEXÁGONO CORTADO

Cortamos un hexágono regular de 2 cm de lado en dos trozos mediante un segmento paralelo a uno de sus lados como se observa en la siguiente figura. El cociente entre las áreas de estos dos trozos es  $1/5$



- a) Calcula: la apotema y el área del hexágono.
- b) Calcula el área de cada uno de los dos trozos en que se ha dividido el hexágono.
- c) Calcula la longitud del segmento x.